

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ЛЕНИНГРАДСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

№ 44

Н.Д.Горский, С.Н.Мысько, В.П.Сухаричев
СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ДВУМЕРНЫХ РАЗВЕРТОК

Ленинград
1982

Аннотация

В работе исследуются свойства различных разверток двумерного массива элементов. Рассмотрены развертки телевизионного типа, спиральная, рекурсивные (типа кривых Пеано-Гильберта). Исследовано сохранение окрестностей отдельных элементов массива, сохранение окрестностей всех элементов массива в среднем, равномерность шагов развертки по координатным осям. Приведен пример использования телевизионной развертки и развертки Гильберта для сжатия видеоинформации на основе использования дифференциальной импульсно-кодовой модуляции. Показано, что развертка Гильберта позволяет повысить коэффициент сжатия в среднем на 20% и одновременно уменьшить ошибку восстановления в среднем на 30%.

I. Введение

При решении многих практических задач исследователям приходится сталкиваться с необходимостью обработки на ЭВМ или передачи по каналам связи многомерных массивов данных. Такая ситуация возникает при обработке и передаче изображений и других информационных полей, численном решении дифференциальных уравнений на сетках, хранении и поиске информации в базах данных, обработке экспериментальных данных и т.д. В настоящей работе исследуются некоторые характеристики различных способов упорядочения элементов массивов данных (иначе говоря - способы "развертки" массивов) на примере рассмотрения двумерных полей. Результаты, полученные в работе, могут быть использованы при организации хранения таких полей в памяти ЭВМ, выполнении преобразований над элементами массивов, кодировании и сжатии информации.

Основной причиной, по которой следует специально исследовать способы развертки массивов, является принципиальная "одномерность" большинства существующих вычислительных машин и современных каналов связи: первых - в силу того, что алгоритм есть по определению последовательность некоторых шагов, а память ЭВМ линейно адресуема, вторых - в силу последовательного способа передачи сообщений. Указанная одномерность приводит к необходимости представления двумерного массива в виде линейно-упорядоченной последовательности элементов, хранящихся в памяти, или к определению порядка выборки элементов массива для посылки их в канал связи. Таким образом, возникает задача указания способа развертки двумерного массива в одномерную последовательность, иначе - задания отношения порядка на множестве элементов массива; эта постановка задачи была предложена В.В.Александровым [I]

В настоящее время общепринятым и, по-существу, единственным применяемым на практике способом двумерной развертки является построчное (поколонное) сканирование информационного поля, называемое также телевизионной разверткой.

В то же время существует большое число других видов разверток, применение которых может существенно облегчить и ускорить решение поставленных задач. Какие же конкретные преимущества можно получить от удачного выбора способа развертки?

Прежде всего, последовательность выбора элементов массива из памяти или их передачи по каналу связи может существенным образом влиять на время работы обрабатывающего алгоритма (например - на скорость сходимости результата), или на время принятия решения (например - при визуальном анализе изображения).

Во-вторых, следует отметить, что обрабатываемые массивы зачастую оказываются настолько велики, что не помещаются в оперативной памяти ЭВМ и хранятся на внешних запоминающих устройствах. В этом случае способ развертки массива должен обеспечивать минимизацию числа обращений к внешней памяти, на которые затрачивается обычно значительное время.

Наконец, большинство алгоритмов кодирования и сжатия информации в двумерных массивах основано на рассмотрении определенных последовательностей элементов (строк, блоков), поэтому эффективность их работы может прямо зависеть от способа упорядочения элементов массива в памяти.

В контексте настоящей работы предполагается, что структурные единицы двумерного массива, несущие информационную нагрузку для принятия решений, значительно крупнее по сравнению с отдельными элементами массива. Такая ситуация является типичной для анализа изображений и решения двумерных сеточных задач, ее следствием является то, что большинство операций преобразования и алгоритмов анализа двумерных полей основано на рассмотрении групп близких элементов. Именно поэтому значительное место в работе уделено исследованию сохранения окрестностей элементов массивов при различных развертках. Рассматриваются также свойства разверток, позволяющие проводить статистический анализ информационного поля, преобразованного к одномерному виду; среди них - равномерность шагов развертки относительно координатных осей.

2. Основные типы двумерных разверток.

В работе рассматриваются следующие основные типы разверток:

- 1). Простейшие линейные развертки, упорядочение элементов двумерного массива в этом случае производится по строкам (столбцам) (рис. 1, 2). К этим же разверткам можно отнести и спиральную развертку (рис. 3), осуществляющую упорядочение по последовательно убывающим и чередующимся строкам и столбцам.
- 2). Рекурсивные развертки (рис. 4-10), являющиеся для каждого целого $m > 0$ m -м приближением к некоторой заполняющей пространство кривой [1-3]. Закон построения этих разверток полностью определяется первым и вторым приближением. m -е приближение заполняющей пространство кривой строится из $(m-1)$ -го в соответствии с законом построения первого приближения (так называемой эталонной ячейкой). Развертки, показанные на рис. 4, 5, не обладают свойством квазинепрерывности [1, 2], которое при графическом изображении разверток означает, что линейные отрезки, соединяющие последовательно проходимые элементы массива, равны между собой и равны k^{-m} (где k - основание разбиения). Соблюдение условия квазинепрерывности предполагает возможность поворота на угол, кратный $\pi/2$, и/или симметричного отображения эталонных ячеек в плоскости. Подробное изложение основ теории, свойств и алгоритмов построения можно найти в [1-3].
- 3). Замкнутые блочные развертки^{х)} (рис. 12, 13). В этих развертках, в отличие от рассмотренных выше, последнее приближение получается из предыдущих не в соответствии с первым приближением, а за счет использования связей, обеспечивающих замыкание развертки.

х) развертки, изображенные на рис. 12, 13, предложены сотрудником ЛНИВЦ АН СССР А. И. Семеновым.

3. Сохранение развертками окрестностей элементов массива.

Двумерной разверткой осуществляется, по существу, отображение дискретного пространства \mathbb{D}^2 на \mathbb{D}^1 . При переходе от пространства высшей размерности к пространству с низкой размерностью отображение, устанавливающее взаимно однозначное соответствие между элементами пространств, не является непрерывным, т.е. не сохраняет окрестности элементов пространства высшей размерности. Очевидно, что различные виды разверток обладают разной степенью сохранения окрестностей.

Переходя к определению окрестностных характеристик разверток, сделаем следующие замечания. Без ограничения общности будем считать, что элементы двумерного массива расположены в узлах прямоугольной равномерной сетки. Под окрестностью элемента двумерного массива будем понимать множество элементов, находящихся от рассматриваемого на расстоянии (Евклидовом) не более чем $h\sqrt{2}/2$, где h — шаг сетки. Это позволяет рассматривать окрестность элемента как множество определенных элементов и на основании особенностей преобразования этого множества рассматриваемой разверткой получить интересующие нас количественные соотношения. При упорядочении двумерного массива конкретной разверткой в упорядоченном множестве будут находиться подмножества, состоящие только из элементов двумерной окрестности рассматриваемого элемента, одно из которых (обозначим A) включает сам этот элемент. Число элементов этого "одномерного" подмножества A характеризует свойство сохранения конкретной окрестности данной развертки. Следуя [4], назовем число элементов в A окрестностным индексом рассматриваемого элемента (ОИЭ) \mathcal{J}_3 . Локальная характеристика \mathcal{J}_3 является функцией закона развертки и местоположения элемента в преобразуемом массиве. Величина \mathcal{J}_3 для различных видов разверток принимает значения из множества $\{1, 2, \dots, 8\}$

Для характеристики развертки в целом будем использовать величину, определяемую как среднее значение ОИЭ по всем элементам массива:

$$J_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_{\Sigma}$$

(N - число элементов массива),

которую назовем окрестностным индексом развертки J_p (ОИР), ОИР является функцией только закона развертки и отражает ее свойства.

Практически определение величины ОИЭ J_{Σ} для элементов массива осуществляется по графическому изображению развертки. Для определения ОИР на развертке выделяются характерные повторяющиеся участки - структурные единицы (блоки), для которых довольно просто вычисляется J_p (ОИР). Для рекурсивных разверток наименьшей структурной единицей является эталонная ячейка, ОИР которой обозначим J_p' . Для строчных и спиральной разверток структурная единица - строка (столбец) определенной величины. Рассматривая закон построения развертки, можно определить типы связей между структурными единицами различной величины и на основании этого вычислить J_p (ОИР) для массива любой величины. Для большинства разверток ОИР зависит от размеров массива, так как связи при объединении меньших структурных единиц в более крупные изменяют значения J_{Σ} (ОИЭ) определенных элементов. Это изменение может приводить как к увеличению, так и к уменьшению величины J_p . Рассмотрим теперь получение J_p для различных типов разверток.

3.1. Для телевизионной развертки величина ОИЭ принимает значения из множества $\{1, 2\}$ (рис.1). ОИР в зависимости от размеров массива ($k=2$) выражается следующей формулой:

$$J_p = 2(1 - 2^{-m}) \quad (m - \text{номер разбиения}). \text{Предельное значение } J_p(\infty) = 2.$$

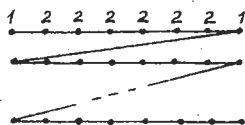


Рис.1.

3.2. Для непрерывной телевизионной развертки ($k=2$) ОИЭ принимает значения из множества $\{1, 2, 3, 5\}$ (рис.2). ОИР выражается формулой

$$J_p = 2(1 + 2^{2-m} - 5 \cdot 2^{-2m}).$$

Увеличение J_3 происходит за счет объединения эталонных ячеек. Численное значение межблочной связи $\alpha = 4$ (рис. 4в) Дальнейшее объединение в более крупные структурные единицы не дает увеличения окрестностного элемента J_3 . Для любого m получаем:

$$J_p = J_p' + 2^{-2m} (2^{2m-4} \cdot 2\alpha) = J_p' + 2^{-3}\alpha = 3,5,$$

т.е. эта развертка дает величину ОИР, не зависящую от размеров массива.

3.5. Для рекурсивной развертки, первое и второе приближение которой показано на рис. 5а, б, ОИЭ принимает значения из множества $\{3, 5\}$.

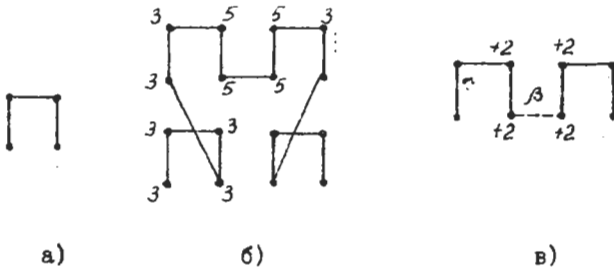


Рис. 5.

Численное значение межблочной связи $\beta = 8$ (рис. 5, в). Для произвольного m получаем:

$$J_p = J_p' + 2^{-2m} (\beta (2^{2m-4} + 2^{2m-6} + \dots + 1)) = J_p' + \frac{1}{3}\beta \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2^{2m}} \right), \quad J_p' = 3\frac{2}{3}.$$

Окончательно $J_p = 3\frac{2}{3} - \frac{1}{3} (2^{3-2m})$.
Предельное значение $J_p(\infty) = 3\frac{2}{3}$.

3.6. Для развертки Гильберта ($K = 2$), первое и второе приближение которой показано на рис. 6а, б, ОИЭ имеет более широкий диапазон изменения - $\{3, 4, 5, 6, 7\}$. Развертка

имеет три типа связей (рис.7), численные значения коэффициентов которых равны соответственно $\delta = 8$, $\gamma = 6$, $\eta = 4$.

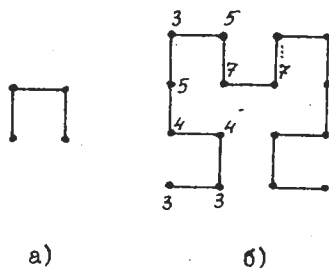


Рис.6.

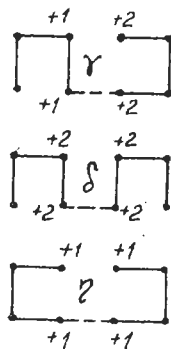


Рис.7.

Для этой развертки наблюдается чередование типов связей. При переходе от $m = 2\ell$ к $m = 2\ell + 1$ в развертке добавляются две связи типа γ и одна связь η , при переходе же от нечетного m к четному происходит добавка двух связей γ и одной δ , т.е. наблюдается чередование связей δ и η . Для $m = 2\ell$ можем написать

$$J_p = J_p' + 2^{-2m} (2\gamma + \delta) (2^{2m-4} + 2^{2m-8} + \dots + 1) + 4 \cdot 2^{-2m} (2\gamma + \eta) (2^{2m-8} + 2^{2m-12} + \dots + 1),$$

для $m = 2\ell + 1$ получаем

$$J_p = J_p' + 4 \cdot 2^{-2m} (2\gamma + \delta) (2^{2m-6} + 2^{2m-10} + \dots + 1) + 2^{-2m} (2\gamma + \eta) (2^{2m-6} + 2^{2m-10} + \dots + 1).$$

Окончательно:

$$J_p = J_p' + \frac{1}{15} (2\gamma + \delta) + \frac{1}{4} (2\gamma + \eta) - \frac{1}{15} 2^{-2m} \begin{cases} (2\gamma + \delta) + 4(2\gamma + \eta), & \text{при } m = 2\ell; \\ (2\gamma + \eta) + 4(2\gamma + \delta), & \text{при } m = 2\ell + 1. \end{cases}$$

При беспредельном увеличении m с учетом того, что $2\gamma + \delta = 20$, $2\gamma + \eta = 16$ и $J_p' = 3$, имеем $J_p(\infty) = 4,6$.

3.7. Для развертки Пеано ($k = 3$) первое и второе приближение имеет вид, показанный на рис.8 а,б, J_3 принимает значение из множества $\{1, 2, 3, 5, 8\}$.

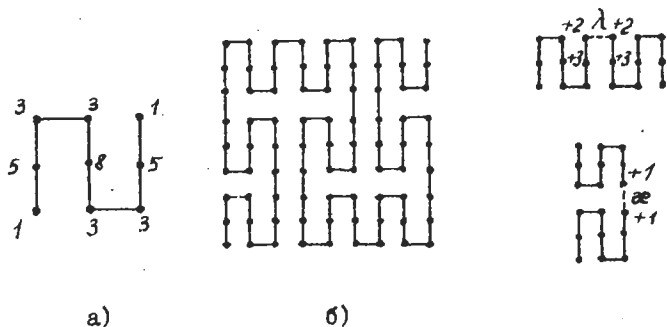


Рис.8.

Рис.9.

Этой развертке свойственны два типа связей (рис.9), численные значения коэффициентов которых равны соответственно $ae = 2$, $\lambda = 10$. Значение ОИР для элементарной ячейки $J'_p = 32/9$. Для различных m справедлива формула

$$J_p = J'_p + 3^{-2m} (3^{2m-4} + 3^{2m-6} + \dots + 1) (6ae + 2\lambda),$$

из которой, учитывая, что $6ae + 2\lambda = 32$, получаем $J_p = 4(1 - 3^{-2m})$. Предельное значение величины ОИР $J_p(\infty) = 4$.

3.8. Для тричной развертки, первое и второе приближение которой показаны на рис. 10 а, б, J_3 принимает значение из ансамбля $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$. При объединении структурных единиц возможны четыре типа связей (рис. II), численные значения которых равны соответственно $\mu = 9$, $\nu = 7$, $\pi = 3$, $\xi = 4$.

В этой развертке, так же как и в двоичной развертке Гильберта (п.3.6), наблюдается периодичность изменения связей, обусловленная теми же причинами. При переходе от нечетного m к четному добавляется следующее количество связей перечисленных типов $\mu + 4\nu + 2\pi + \xi$.

При переходе от четного m к нечетному распределение

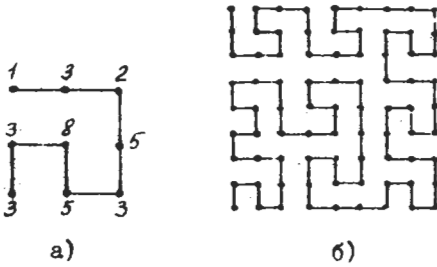


Рис. 10.

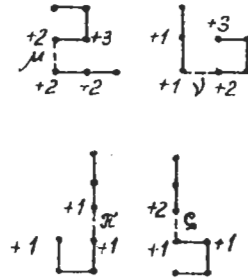


Рис. 11.

добавочных связей имеет вид $\mu + 2\nu + 4\pi + \zeta$.

Обозначим $\mu + 2\pi + 4\nu + \zeta = \tau$, $\mu + 2\nu + 4\pi + \zeta = \omega$.

Для $m = 2\ell$ справедливо

$$J_p = J_p' + \tau 3^{-2m} (3^{2m-4} + 3^{2m-8} + \dots + 1) + 9\omega 3^{-2m} (3^{2m-8} + 3^{2m-12} + \dots + 1);$$

для $m = 2\ell + 1$ имеем

$$J_p = J_p' + 9\tau 3^{-2m} (3^{2m-6} + 3^{2m-10} + \dots + 1) + \omega 3^{-2m} (3^{2m-6} + 3^{2m-10} + \dots + 1).$$

Конечные формулы имеют вид:

$$J_p = J_p' + \frac{1}{80} \left(\tau + \frac{\omega}{9} \right) - \frac{3^{-2m}}{80} \times \begin{cases} 9\tau + \omega, & \text{при } m = 2\ell + 1; \\ \tau + 9\omega, & \text{при } m = 2\ell. \end{cases}$$

Для предельного значения J_p , с учетом того, что $J_p' = 33/9$, $\tau = 47$, $\omega = 39$, получаем $J_p(\infty) = 4,31$.

3.9. Для замкнутой развертки с эталонной ячейкой, показанной на рис. 12, а, и вторым приближением, показанным на рис. 12, б, $J_2 = \{3, 4, 5, 6\}$.

Как видно из рис. 12, в, объединение структурных единиц приводит к уменьшению J_p . Уменьшение величины J_2 от-

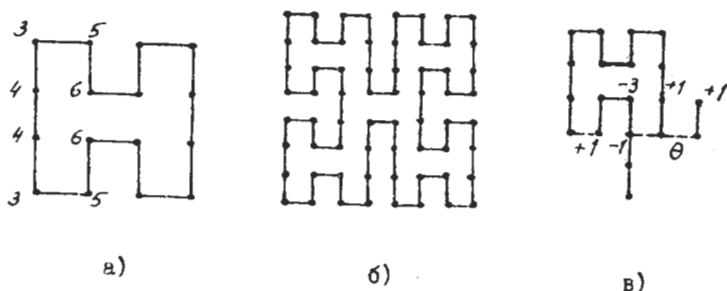


Рис. 12.

дельных элементов сопровождается увеличением J_3 у других. Суммарное уменьшение величины J_3 в объединяемых структурных единицах характеризуется связью $\theta = -2$ на каждую структурную единицу. Для любого m справедливо

$$J_p = J_p' + 2^{-2m} (4^{m-3} + 4^{m-4} + \dots + 1) \cdot 4\theta =$$

$$= J_p' + \frac{\theta}{12} - \frac{4\theta}{3} 2^{-2m}.$$

Учитывая, что $J_p' = 4,5$, $\theta = -2$, получаем

$$J_p = 4,33 + 2,67 \cdot 2^{-2m}.$$

Предельное значение $J_p(\infty) = 4,33$.

2.10. Первое и второе приближение другой замкнутой развертки показаны на рис. 13 а, б, J_3 принимает значения из множества $\{3, 4, 5, 6, 7\}$.

Численное значение связей $\theta' = -3$ для каждой объединяемой структурной единицы (блока). $J_p = 4,625$.

Отсюда для любого m имеем

$$J_p = J_p' + 2^{-2m} \cdot 4\theta' (2^{2m-8} + 2^{2m-10} + \dots + 1) = J_p' + \frac{\theta'}{3} 2^{-4} - \frac{\theta'}{3} 2^{-2m+2}.$$

Подставляя значение $\theta' = -3$, получаем $J_p = 4,5625 + 2^{-2m+2}$.

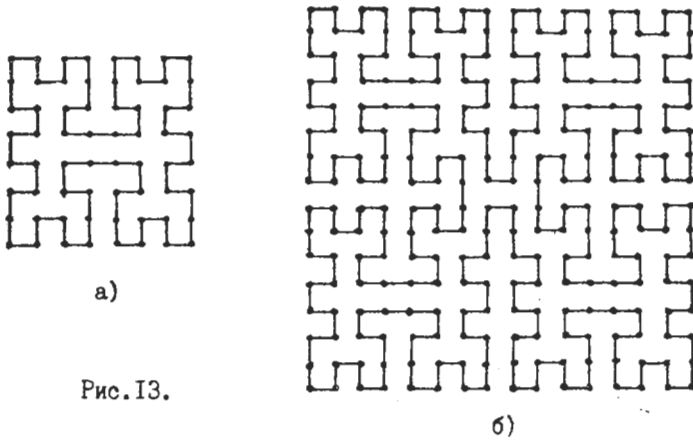


Рис. 13.

Предельное значение $\mathcal{J}_p(\infty) = 4,5625$.

На рис. 14 приведены зависимости ОИР от логарифма количества элементов массива для разверток, рассмотренных в п.п. 3.1- 3.10 (номер кривой на рисунке соответствует номеру раздела, в котором рассмотрена развертка).

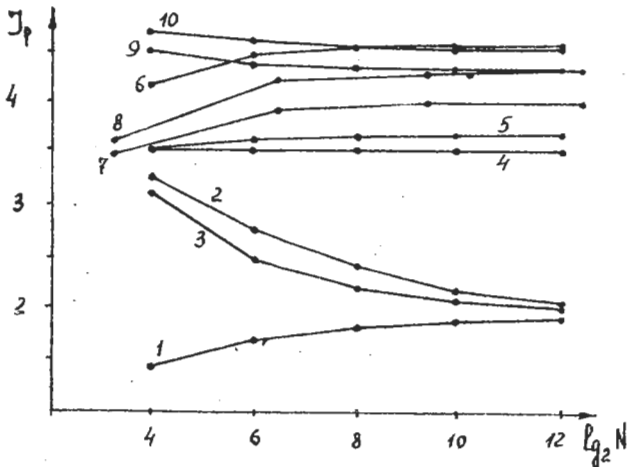


Рис. 14.

Как видно из приведенного графика, разные двумерные развертки обладают разными свойствами сохранения "окрестности" элементов массива, причем диапазон изменения ОИР находится в границах 2-4,6. Этот диапазон можно условно разбить на три части. Простейшие развертки занимают нижнюю часть диапазона (со значениями окрестностного индекса развертки $\mathcal{U}_p(\infty) = 2$). Различные виды рекурсивных разверток ($k = 2, 3$) с различными типами эталонных ячеек занимают соответствующими значениями ОИР \mathcal{U}_p верхнюю часть диапазона. Промежуточное положение занимает рекурсивные развертки, не обладающие свойством квазинепрерывности.

4. Распределение шагов разверток по направлениям координатных осей.

Как было отмечено выше, при решении ряда задач, в частности для определения статистических характеристик пространственного дифференцирования двумерного массива в его одномерном аналоге, необходимо знать распределение элементарных шагов развертки по различным направлениям. В качестве количественной характеристики этого распределения можно ввести коэффициент равномерности распределения элементарных шагов развертки по направлениям координатных осей (коэффициент равномерности развертки), определяемый отношением сумм шагов по координатам. Суммы определяются без учета направлений элементарных шагов по осям координат.

Для непосредственного подсчета величины коэффициента равномерности развертки можно воспользоваться следующей методикой. Для развертки определять суммы шагов по каждой из осей координат структурных единиц (блоков) и окончательные суммы для массива определенной величины с учетом связей между блоками. Ввиду равноправности осей координат при расчетах коэффициента наибольшую сумму по одной из осей для определенности будем считать знаменателем дроби. Используя предложенную методику, перейдем к определению величин коэффициентов равномерности для конкретных разверток.

4.1. Строчные развертки (рис. 1, 2) имеют заведомо неравномерное распределение шагов по координатам, и значения коэф-

коэффициентов равны соответственно: $S_p = 0$, $S_p = 2^{-m}$, где m - номер разбиения.

4.2. Неравномерность распределения шагов спиральной развертки (рис.3) по координатам характеризуется коэффициентом равномерности $S_p = 2^m / (2^m + 2)$, однако следует отметить, что для большинства окрестностей отдельных элементов массива этот коэффициент равен нулю.

4.3. Для рекурсивных разверток (рис.4,5) характеристика равномерности развертки теряет смысл, так как переходы между структурными единицами совершаются не по направлениям осей координат.

4.4. Рекурсивная квазинепрерывная развертка Гильберта (рис.6) при любом m (номере приближения) имеет равномерное распределение шагов по координатам с точностью до одного элементарного шага m -го приближения.

$$S_p = (2^{2m} - 1) / 2^{2m-1} = 1 - 2^{-2m+1}$$

Предельное значение $S_p(\infty) = 1$.

4.5. Тройчная развертка (рис.10) обладает равномерным распределением шагов по координатам для всех приближений, т.е. $S_p = 1$.

4.6. Для развертки Пеано (рис.8) эталонная ячейка имеет неравномерное распределение шагов по координатам с $S_p = \frac{1}{3}$. Неравномерность распределения сохраняется и при увеличении номера приближения m . Для любого m получаем

$$S_p = \frac{1 \cdot (3^{2m-2} + 3^{2m-4} + \dots + 1)}{3(3^{2m-2} + 3^{2m-4} + \dots + 1)} = \frac{1}{3}$$

4.7. Для замкнутой развертки (рис.12) эталонная ячейка имеет неравномерное распределение с коэффициентом $S_p = 3/5$. Для любого m коэффициент равномерности равен $S_p = (2^{2m-1} + 1) / (2^{2m})$. Предельное значение коэффициента при $m \rightarrow \infty$ $S_p(\infty) = 0,5$.

4.8. Для замкнутой развертки (рис.13) коэффициент распределения шагов развертки по координатам для эталонной ячейки имеет значение $S_p = 15/17$. Для любого m выражение для коэффициента имеет вид

$$S_p = \frac{11 \cdot 2^{2m-4} + 1}{13 \cdot 2^{2m-4} - 1}$$

Предельное значение коэффициента распределения $S_p(\infty) = 11/13$.
 На рис. 15 приведены зависимости $S_p(\lg_2 N)$ для рассмотренных разверток

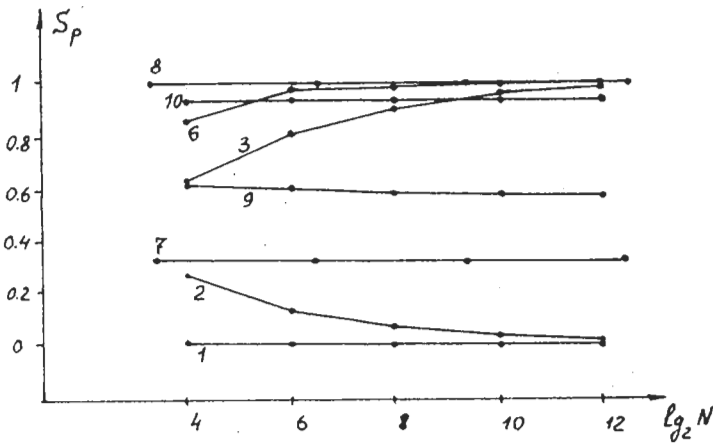


Рис. 15.

Величина коэффициента S_p , определяющая степень равномерности распределения шагов развертки по направлениям осей координат, в то же самое время характеризует передачу свойств двумерного массива по координатам при преобразовании последнего в одномерное множество. Действительно, при использовании сугубо неравномерной развертки в одномерном аналоге будет в явном виде содержаться информация о свойствах массива только лишь по одной координате. Поэтому при решении конкретной задачи для выбора развертки необходима информация о коэффициенте S_p .

5. Распределение окрестностных индексов элементов массива.

Так как ОИЭ является функцией закона развертки и при конкретной развертке зависит от местоположения элемента массива, то можно говорить о распределении величины J_3 .

Для сравнения свойств разверток представляет интерес такая характеристика, как частота появления элементов, обладающих определенным значением J_3 . Эту частоту как функцию значений J_3 назовем гистограммой распределения значений окрестностного индекса элемента. Ниже приводятся такие гистограммы для различных разверток, по оси абсцисс отложены значения J_3 , по оси ординат Q_{J_3}/N - отношение количества элементов с определенным J_3 к общему количеству элементов. При этом для разверток с основанием разбиения $k=2$ N выбиралось равным $2^{10}=1024$, а для разверток с $k=3$ $N=3^6=729$.

На рис. 16-22 приведены гистограммы распределений ОИЭ для телевизионных разверток (рис. 16 а, б), спиральной развертки (рис.17), зигзагообразной развертки (рис.18), развертки Гильберта (рис.19), развертки Пеано (рис.20), троичной развертки (рис.21), замкнутой развертки (рис.22). Для удобства на каждом рисунке показан элементарный участок соответствующей развертки.

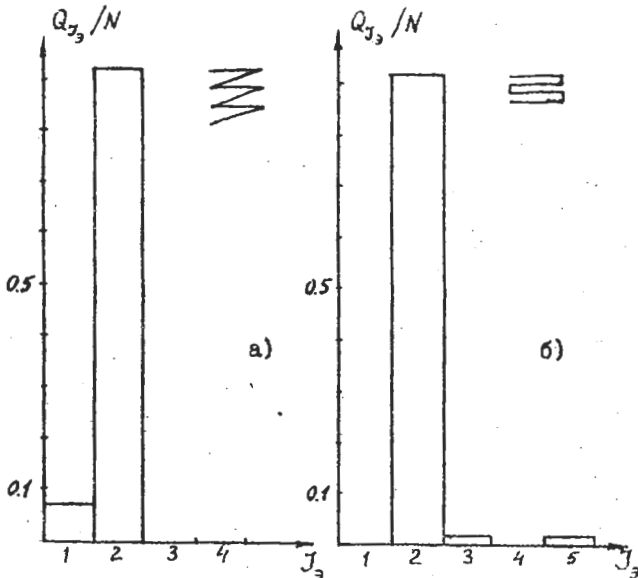


Рис. 16.

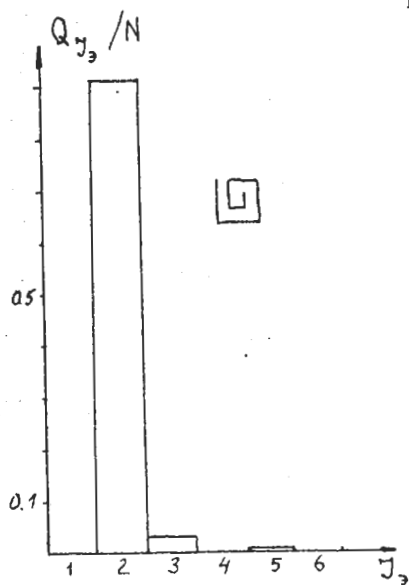


Рис.17.

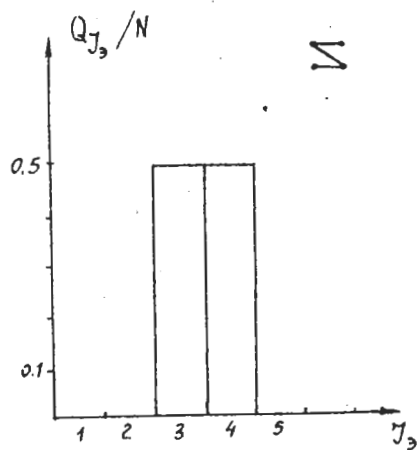


Рис.18.

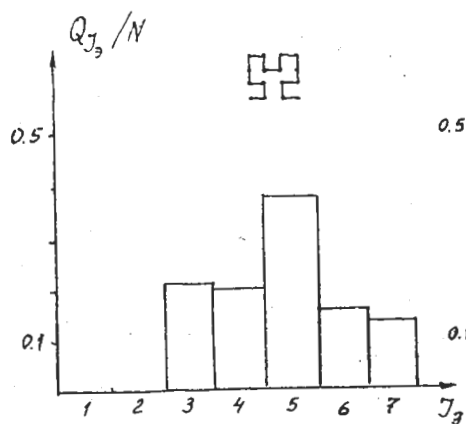


Рис.19.

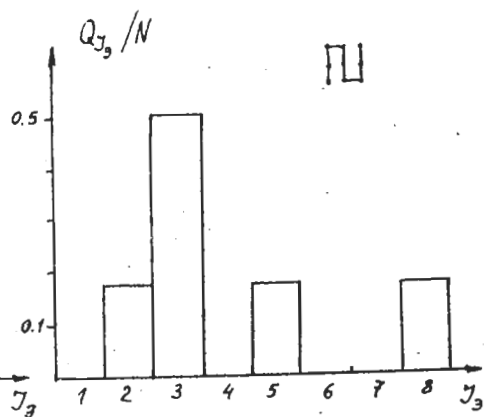


Рис.20.

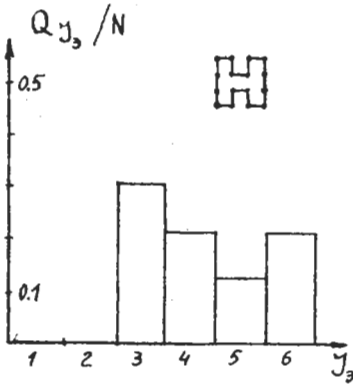


Рис.22.

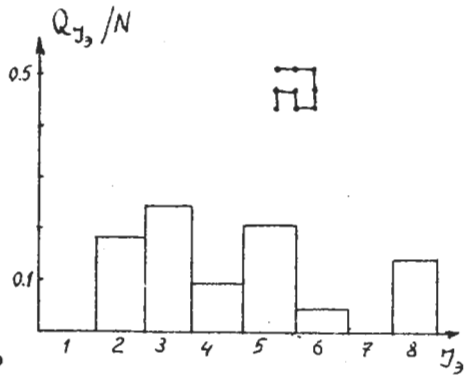


Рис.21.

5. Пример использования разверток различного типа.

В качестве примера использования разверток различного типа приведем тестовые результаты преобразования видеoinформации при помощи дифференциально-импульсно-кодовой модуляции (ДИКМ). Целью такого преобразования является максимально возможное сжатие информации, необходимой для передачи изображения по каналу связи при заданном критерии качества.

В отличие от импульсно-кодовой модуляции (ИКМ), где каждый элемент изображения обычно представляется 7-8-разрядным словом, эффективность ДИКМ как метода кодирования достигается за счет устранения существующей корреляции соседних элементов [5,6], в результате которого удается снизить требуемое для кодирования одного отсчета число разрядов в 2-2,5 раза по сравнению с ИКМ. Основная идея ДИКМ заключается в том, что каждый последующий элемент изображения при его сканировании оценивается по нескольким пре-

двудцим элементам. Разница истинного и предсказанного значения элемента изображения передается в цифровом виде по каналу связи. На приемной стороне производится восстановление передаваемой информации по аналогичной схеме. Эффективность такого кодирования определяется корреляцией соседних элементов изображения. Поскольку корреляционные связи в изображении оказываются значительными лишь для близлежащих элементов, предсказание оказывается тем более успешным, чем большее число соседних элементов принимается во внимание, что непосредственно приводит к необходимости использования для передачи одной из разверток с большим значением окрестностного индекса.

В приводимом примере тестирование проводилось для двух типов разверток: телевизионной (п.3.1) и развертки Гильберта (п.3.6). В качестве тестовых изображений были использованы дискретные двумерные функции, заданные на поле 128×128 элементов, с числом уровней квантования 128:

$$F_1(I, J) = 127(\sin(0.00098(I-1)(J-1)))^2,$$

$$F_2(I, J) = (I-1)(\cos(0.56 \cdot 10^{-5}((I-1)+(J-1)^2)(I-1)-(J-1)))^2,$$

$$F_3(I, J) = 127(\sin(1.58 \arctg((I-1)/J))\sin(0.07((I-1)^2+(J-1)^2)))^2,$$

$$F_4(I, J) = 127 \exp(1.08 - (I-1)/64) \cos(0.04((I-1)/128 \exp((I-1)/128) - (J-1)))^2.$$

Для кодирования указанных функций была использована наиболее распространенная линейная модель предсказателя, в котором каждый последующий элемент изображения оценивается линейной комбинацией предыдущих.

$$\hat{S}_n = \sum_{i=1}^k a_i S_i, \quad i < n,$$

где k - порядок предсказания, указывающий на количество элементов изображения, участвующих в предсказании n -го отсчета. Проведенные исследования [5-8] показывают, что для различного рода изображений при порядке предсказания $k < 3$ оценка предсказываемого элемента существенно не улучшается. Поэтому обычно $k \leq 3$, в рассматриваемом примере выбиралось $k = 1, 2, 3$. Предсказание может производиться

ся на цепочке элементов различной длины L , называемой также глубиной предсказания, в рассматриваемом примере L выбиралось равным 16; 64. Для развертки Гильберта в предсказании учитывались (благодаря свойствам развертки) соседние элементы по строке, столбцу и по диагонали. Таким образом, при сканировании изображения по развертке Гильберта фактически использовался двумерный линейный предсказатель в отличие от телевизионной развертки, где предсказание осуществлялось по строке изображения.

Полученные результаты показали, что для кодирования разностного сигнала, представленного как последовательность

$$D_i = \hat{S}_i - \hat{S}_i', \quad i = \overline{1, L},$$

полученного в результате сканирования изображения по развертке Гильберта, требуется в среднем в 1,2 раза меньше двоичных разрядов для представления элемента и изображения, чем при использовании телевизионной развертки.

Для представления получаемого разностного сигнала D использовался способ кодирования с переменным шагом дискретизации и неравномерной шкалой квантования. Данный способ основан на том факте, что частота появления больших по амплитуде значений D_i относительно невелика, поэтому на участках плавного изменения D дискретизация производится более грубо, чем на участках резкого изменения амплитуды.

Такой способ кодирования успешно применяется в видеотелефонии [9] при использовании телевизионной развертки и позволяет сократить объем передаваемой информации почти в 4 раза по сравнению с ИКМ.

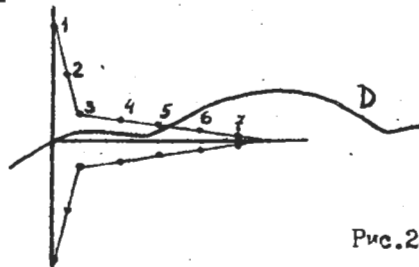


Рис.23.

На рис.23 показан вид квантующей характеристики, используемой для кодирования разностного сигнала. Цифрами на графике отмечены квантующие точки. При пересечении разностного сигнала квантующей характеристикой уровень квантования сигнала определяется по ближайшей к точке пересечения квантующей точке. При этом номер квантующей точки определяет и положение, и уровень квантования сигнала. Затем система координат с квантующей характеристикой переносится в полученную точку квантования, и процесс кодирования повторяется снова. Как видно из рисунка, квантующая характеристика разбита на 2 части. Одна часть разрядов при кодировании разностного сигнала отводится на представление высокочастотной составляющей сигнала, другая - низкочастотной. Чем сильнее выражены высокочастотные составляющие в сигнале, тем больше разрядов приходится отводить на ее представление.

Однако спектр разностного сигнала сильно зависит от точности предсказания. Чем точнее производится предсказание, тем слабее высокочастотные составляющие в сигнале. Поскольку для кодирования разностного сигнала D , полученного при сканировании изображения разверткой Гильберта, требуется меньшее число бит на элемент, чем при использовании телевизионной развертки, следует ожидать слабо выраженную высокочастотную составляющую. Именно это объясняет тот факт, что при-

Таблица I.

Функция	R (бит/элемент)				СКО (%)			
	телевизионная развертка		развертка Гильберта		телевизионная развертка		развертка Гильберта	
	L=16	L=64	L=16	L=64	L=16	L=64	L=16	L=64
F_1	1,68	1,2	1,52	0,89	5,81	5,9	4,33	4,41
F_2	1,75	1,28	1,47	0,97	5,93	5,98	4,41	4,52
F_3	1,92	1,54	1,73	1,21	5,96	6,09	4,62	4,74
F_4	2,04	1,97	1,8	1,36	6,04	6,14	4,87	4,95

менение нелинейной квантующей характеристики к ДИЖМ-сигналу позволяет при использовании развертки Гильберта получить дополнительно снижение ошибки предсказания в 1,3 раза по сравнению с телевизионной разверткой (табл. I).

Литература

1. Александров В.В., Горский Н.Д., Поляков А.О. Рекурсивные алгоритмы представления и обработки данных. - В кн.: Алгоритмы и системы автоматизации исследований и проектирования. М.Наука, 1980.
2. Александров В.В., Горский Н.Д. Структуризация иерархических систем. - В кн.: Алгоритмические модели в автоматизации исследований. М.Наука, 1980.
3. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. М.Наука, 1978.
4. Орловский В.А. Передача факсимильных изображений. М. Связь, 1980.
5. Kretzmer E.R. Statistics of television signals.- Bell. Syst.Tech.J., 1952, July, v.31, pp.751-763.
6. Connor D.J., Rease R.F., Scholes W.G. Television coding using two-dimensional spatial prediction.- Bell Syst. Tech.J., 1971, v.50, N 3, pp.1049-1061.
7. Цифровое телевидение. /Под ред. М.И.Кривошеева/. М. Связь, 1980
8. У.Прэтт. Цифровая обработка изображений. М. Мир, 1982.
9. Murakami K., Tachibana K., Fujishita M., Omura K. Variable sampling rate coder. - Tech.Rep. Osaka Univ., 1976, v.26, pp.499-507.

Редактор Орехов Д.И.

ЛИАФ, зак. 746, тир.160, уч-изд.л. I,26, 32 09 06,М-1844I
Цена 2I коп.

